

МОДЕЛЬ КИРАЛЬНОГО ПОЛЯ И УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. I

Е. Р. Нисимов, С. Й. Пачева

Построено неканонически перенормированное $1/N$ -разложение $O(N)$ -инвариантной $(\varphi^2)_3$ -модели в высоко- и низкотемпературных фазах, а также в предасимптотической безмассовой теории, свободное от инфракрасных расходимостей в каждой отдельной диаграмме. Показано, что в инфракрасно-стабильной точке ренормализационной группы предасимптотическая $O(N)$ $(\varphi^2)_3$ -теория совпадает с конформно-инвариантной критической теорией кирального поля. Доказательство существования критического предела основывается исключительно на обобщенных соотношениях квантовой киральности, в результате чего модель кирального поля интерпретируется как универсальная в трехмерном пространстве.

1. ВВЕДЕНИЕ

В ряде работ [1–3] была установлена аналогия между евклидовой квантовой теорией поля и классическими решеточными системами в области фазовых переходов. В последние годы усилился интерес к фазовым переходам в самой квантовой теории поля прежде всего в связи с проблемами удержания кварков [4–5]. Основным свойством поведения систем в критической области являются универсальность [6–8] и связь между критическими индексами (законы скейлинга Каданова [7]). Этот факт находит естественное объяснение в подходе ренормализационной группы в евклидовой квантовой теории поля. В качестве универсальной теории, соответствующей D -мерным решеточным системам N -компонентных спинов с $O(N)$ -инвариантным взаимодействием, можно рассматривать безмассовую евклидову модель $O(N)$ $(\varphi^2)_D$ [2] с лагранжианом

$$(1) \quad \mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\nu \varphi)^2 - \frac{\lambda_0 \mu^{4-D}}{8N} \left(\varphi^2 - \mu^{D-2} \frac{N}{T} \right)^2$$

в инфракрасно-стабильной точке ренормализационной группы $\lambda_0 = \lambda_*$.

Здесь φ — скалярное изовекторное поле: $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_N)$, $\varphi^2 \equiv (\varphi, \varphi) =$

$$= \sum_{\alpha=1}^N \varphi_\alpha^2, \quad (\partial_\nu \varphi)^2 = \sum_{i=0}^{D-1} (\partial_i \varphi)^2, \quad \lambda_0 — \text{безразмерная константа связи, } \mu —$$

константа с размерностью массы, T — безразмерная константа связи, имеющая смысл температуры. В таком контексте модель подробно изучалась разными способами и при разных D : в рамках теории возмущения по λ_0 или по $1/N$ и $\varepsilon = 4 - D$ [9, 10], на основе формализма нормальных произведений

при $D=4$ [11] и уравнений Дайсона — Швингера при $2 \leq \epsilon \leq 4$ [12], а также в конструктивном подходе (см., например, [13]). В [14] при $D=3$ была предложена другая модель для описания корреляций на больших расстояниях — модель кирального поля (n -поле, нелинейная σ -модель) с лагранжианом

$$(2) \quad \mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu n)^2,$$

$$(2a) \quad n^2(x) = N\mu^{D-2}T^{-1}.$$

Поле $n(x)$ принимает свои значения на $N-1$ -мерной сфере. Отметим, что в [14] модель (2) рассматривалась в двойном разложении: по температуре T и по $\epsilon = D-2$. Однако желательно не обращаться к такому разложению [2, 15]. Более удобной схемой для обеих моделей (1), (2) является систематическая теория возмущения по степеням $1/N$, разработанная в [15–17]. В [18] в каждом порядке по $1/N$ были построены функции Грина критической теории трехмерного кирального поля.

Наличие фазового перехода в модели $O(N)(\varphi^2)_{D^2}$ было показано вычислением эффективного потенциала в низшем порядке по $1/N$ при $D=3, 4$ в [17]. В случае $D=3$, рассмотренном в [15], при переходе к инфракрасно-стабильной точке ренормализационной группы $\lambda_* = \infty$ (предел сильной связи) диаграммная техника $1/N$ -разложения для модели $O(N)(\varphi^2)_3^2$ совпадает с диаграммной техникой $1/N$ -разложения для кирального поля, и, следовательно, появляются дополнительные ультрафиолетовые логарифмические расходимости в диаграммах с шестью внешними линиями. Благодаря важным соотношениям квантовой киральности, сформулированным и доказанным в [16], после перенормировки с минимальными вычитаниями эта теория становится киральной (т. е. описывается лагранжианом (2), а не (1)) [15]. Она не допускает перехода к критической теории из-за инфракрасных расходимостей (ИФР), вносимых вычитаниями.

Настоящая работа (в двух частях) ставит себе целью построение перенормированного $1/N$ -разложения предасимптотической ($\lambda_0 \neq \lambda_*$) безмассовой и критической (физическая масса равна нулю, $\lambda_0 = \lambda_*$) теории (1), свободной от ИФР в каждой отдельной диаграмме. Это достигается неканонической перенормировкой функций Грина в высоко- и низкотемпературных фазах по модифицированной схеме Боголюбова — Парасюка — Хеппа — Циммерманна — Ловенстейна (БПХЦЛ) с мягкой массой [19, 20], аналогичной использованной ранее в [18] для построения критической теории кирального поля. Показывается, что последняя совпадает с критической теорией модели $O(N)(\varphi^2)_3^2$.

Альтернативный подход, основанный на решении уравнений Дайсона — Швингера для безмассовой $O(N)(\varphi^2)_{4-\epsilon}^2$ -модели в рамках $1/N$ -разложения, был исследован в [12]. Существование критического предела и несущественность высших $P(\varphi^2)_{4-\epsilon}$ -взаимодействий в критической точке там доказаны для случая $\epsilon \leq 2/3$ благодаря сокращению некоторых классов диаграмм, что в точности отвечает квантовой киральности.

Таким образом, как отмечалось в [18], из-за фундаментальной роли свойства киральности в критической точке естественно интерпретировать киральную модель как универсальную при $D=3$.

Из общих соображений [21] следует, что критическая теория должна обладать конформной инвариантностью. Это непосредственно показано в настоящей работе с помощью явно построенного перенормированного «улучшенного» тензора энергии-импульса, отличающегося от классического нётеровского тензора.

План работы следующий. В разделе 2 построена модифицированная БПХЦЛ-перенормировка $1/N$ -разложения $O(N) (\varphi^2)_3^2$ -модели в обеих фазах и в предасимптотической теории. В разделе 3 приводятся уравнения ренормализационной группы. В разделе 4 построен «улучшенный» тензор энергии-импульса и доказана конформная инвариантность критической теории. Во второй части, на основе обобщенных тождеств Циммерманна и обобщенных соотношений квантовой киральности приводится доказательство существования критического предела предасимптотической $O(N) (\varphi^2)_3^2$ -теории и строится перенормированное с мягкой массой $1/N$ -разложение сверхперенормированных «температурного» и «магнитного» возмущений предасимптотической и критической теорий, свободное от ИФР. Это существенно для теоретико-полевого описания критического поведения.

Авторы признательны Л. Д. Фаддееву, И. Т. Годорову, В. Н. Попову, В. Е. Корепину и П. П. Кулишу за внимание и интерес к работе. Мы также благодарны И. Я. Арефьевой и И. В. Воловичу за полезные обсуждения.

2. БПХЦЛ-ПЕРЕНОРМИРОВКА $1/N$ -РАЗЛОЖЕНИЯ

Диаграммная техника $1/N$ -разложения в модели $O(N) (\varphi^2)_D^2$ описана в [10, 15, 17], а для кирального поля — в [15, 16]. Приведем сводку необходимых для нашей цели результатов. Пропагаторы φ -поля $D_{\alpha\beta}$ и вспомогательного σ -поля G_u при $D=3$ имеют вид (рис. 1)

$$(3a) \quad D_{\alpha\beta}(p^2; m^2) = \delta_{\alpha\beta} D(p^2; m^2),$$

$$D(p^2; m^2) = (m^2 + p^2)^{-1}, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, N,$$

$$(3b) \quad -N^{-1} G_u(p^2; m^2, f^2, u/\mu) = -N^{-1} [\Sigma(p^2; m^2) + f^2 D(p^2; m^2) + u/\mu]^{-1},$$

$$(3в) \quad \Sigma(p^2; m^2) = \frac{1}{2} \int d^3 k [(2\pi)^3 (m^2 + k^2) (m^2 + (p-k)^2)]^{-1} = \\ = \frac{1}{8\pi |p|} \operatorname{arctg} \frac{|p|}{2m}.$$

Здесь $u \equiv \lambda_0^{-1}$, m обозначает массу частиц φ -поля, f — величина спонтанной намагниченности (параметр порядка), соответствующей фиксированному вектору F в изотопическом пространстве: $F^2 = Nf^2$. Диаграммы рис. 1б в обычных функциях Грина «запрещены». Разным значениям параметров m, f соответствуют разные фазы [14, 16]:

- 1) $m \neq 0, f = 0$ — $O(N)$ -симметричная (высокотемпературная) фаза,
- 2) $m = 0, f \neq 0$ — голдстоуновская (низкотемпературная) фаза,
- 3) $m = 0, f = 0$ — предасимптотическая безмассовая теория.

В голдстоуновской фазе φ будет обозначать сдвинутый на F оператор поля.

$1/N$ -диаграммная техника для кирального поля получается из диаграммной техники для модели $O(N)(\varphi^2)_3^2$ формальной подстановкой $u=0$ [15].

Построение последовательной перенормировочной процедуры в рамках формализма БПХЦЛ основывается на анализе ультрафиолетовых (УФИ) и инфракрасных индексов (ИКИ) диаграмм Фейнмана и на формуле суммирования по лесам (R -операция) [22]. Для обеспечения отсутствия ИКР, вносимых вычитаниями в безмассовых теориях, применим

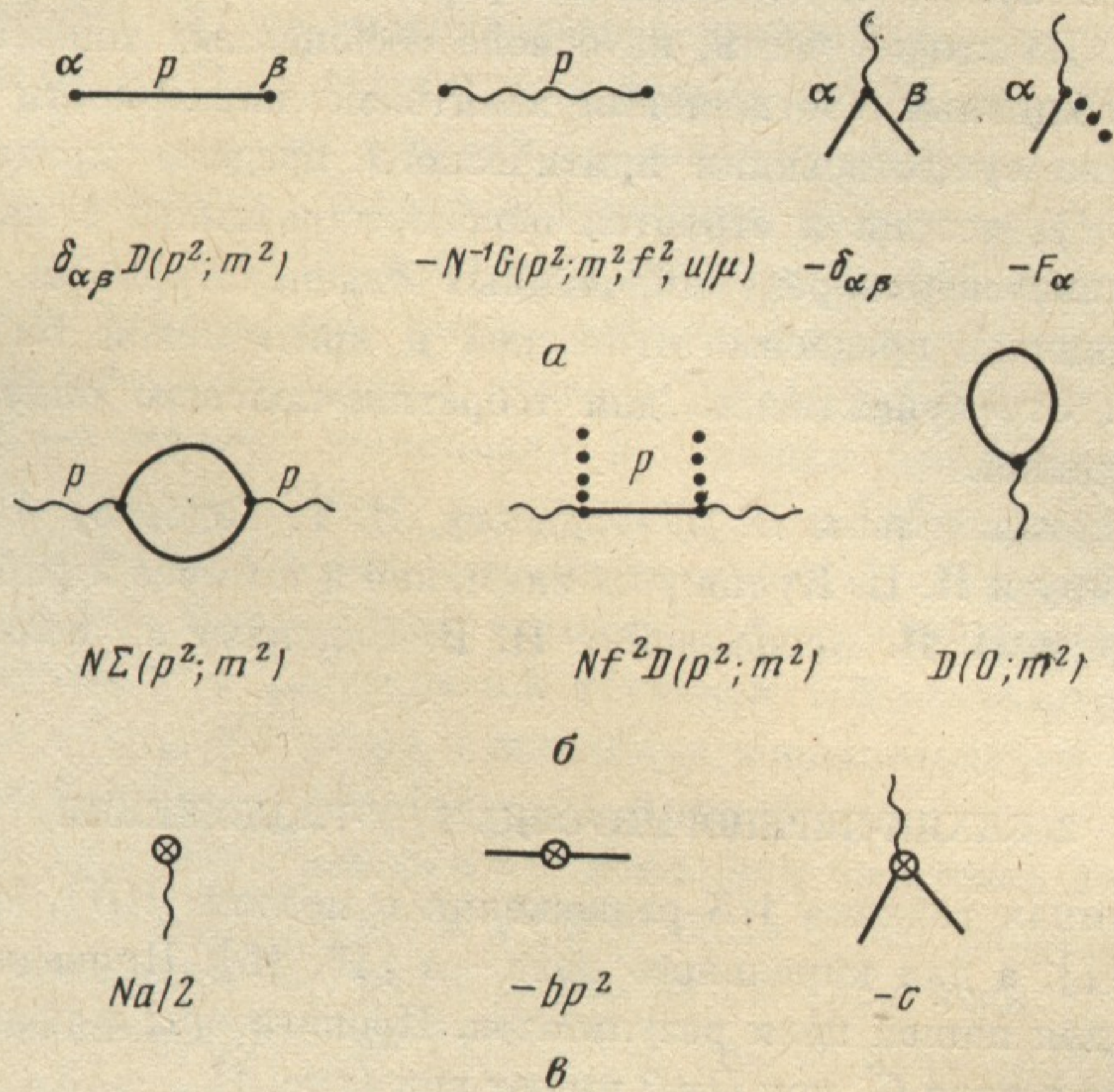


Рис. 1

модифицированную схему перенормировок с «мягкой» массой и с дополнительными инфракрасными вычитаниями [19, 20]. Ее суть в следующем. Вводится «мягкая» масса, зависящая от параметра s , $0 \leq s \leq 1$, по формуле $m \rightarrow m(s) = ms + (1-s)\mu$, μ — константа, имеющая размерность массы. В голдстоуновской фазе намагниченность также становится «мягкой»: $f^2 \rightarrow sf^2$. Операторы вычитания изменяются подходящим образом, чтобы действовать и на s . Аналогичная перенормировочная схема применялась ранее для строгой формулировки теории возмущений в безмассовых теориях при $D=4$ (список литературы см., например, в [18]). При $D=3$, как отмечалось во введении, с ее помощью были построены функции Грина критической теории (2) как предел неканонически перенормированного $1/N$ -разложения функций Грина в высоко- и низкотемпературных фазах [18].

При построении функций Грина предасимптотической и критической теорий будем следовать идеям работы [18]. Используя стандартные определения (см., например, [23]) и формулы (3), можно найти канонические инфракрасные и ультрафиолетовые размерности (УФР) $\underline{d}_{\varphi, \sigma}$ и $\bar{d}_{\varphi, \sigma}$ полей φ и σ :

$$(4) \quad \bar{d}_\varphi = d_\varphi = 1/2, \quad \bar{d}_\sigma = 3/2,$$

$$d_\sigma = \begin{cases} 5/2 & \text{в голдстоуновской фазе,} \\ 1/2 & \text{в преасимптотической теории.} \end{cases}$$

Для канонического УФИ $d(\gamma)$ и канонического ИКИ $r(\gamma)$ [23] любой нетривиальной одночастично-неприводимой (как по φ -, так и по σ -линиям) диаграммы γ , применяя (4), получаем ¹⁾

$$(5a) \quad d(\gamma) = 3^{-1/2} L_\varphi(\gamma) - 3^{1/2} L_\sigma(\gamma) + 1/2 |\mathcal{V}_\mathcal{L}(\gamma)|,$$

$$(5b) \quad r(\gamma) = 3^{-1/2} L_\varphi(\gamma) + 1/2 |\mathcal{V}_\mathcal{L}(\gamma)| -$$

$$\begin{cases} 5/2 & \text{в голдстоуновской фазе,} \\ 2 & \text{в преасимптотической теории,} \end{cases}$$

где $L_{\varphi, \sigma}(\gamma)$ — число внешних φ -, σ -линий, $|\mathcal{V}_\mathcal{L}(\gamma)|$ — число лагранжевых вершин диаграммы γ .

Учитывая необходимость в неканонических сверхвычитаниях, каждой диаграмме γ , кроме $d(\gamma)$ и $r(\gamma)$, будем сопоставлять еще неканонические УФИ и ИКИ $\delta(\gamma)$ и $\rho(\gamma)$, соответственно, удовлетворяющие условиям согласованности [20, 23]

$$(6) \quad \delta(\gamma) \geq d(\gamma), \quad \delta(\gamma) \geq d(\gamma/\{\lambda\}) + \sum_{i=1}^c \delta(\lambda_i),$$

$$\rho(\gamma) \leq r(\gamma), \quad \rho(\gamma) \leq r(\gamma/\{\lambda\}) + \sum_{i=1}^c \rho(\lambda_i),$$

где $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_c\}$ — произвольное множество взаимно непересекающихся одночастично-неприводимых поддиаграмм λ_i диаграммы γ , $\gamma/\{\lambda\}$ — редуцированный граф (т. е. все λ_i стянуты в точку).

Оператор вычитания $\tau^{\delta(\gamma), \rho(\gamma)}$ для γ , соответствующий выбору $\delta(\gamma)$ и $\rho(\gamma)$, имеет вид

$$(7) \quad \tau^{\delta, \rho} = t_{p,s}^\delta + t_{p,s-1}^{\rho-1} (1 - t_{p,s}^\delta) = t_{p,s-1}^{\rho-1} + (1 - t_{p,s-1}^{\rho-1}) t_{p,s}^\delta$$

или

$$(7a) \quad (1 - \tau^{\delta, \rho}) = (1 - t_{p,s-1}^{\rho-1}) (1 - t_{p,s}^\delta),$$

где $t_{x,y}^d$ — оператор Маклорена порядка d ; в результате его действия на функцию $f(x, y)$ получается сумма ее первых членов в разложении в ряд Маклорена около нуля до членов порядка d включительно; $p \equiv \{p^r\}$ — набор внешних импульсов γ . После выполнения всех вычитаний нужно подставить $s=1$. Отметим, что эта перенормировочная схема сохраняет основное достоинство БПХЦЛ-теории перенормировок — простоту вычитаний около нулевых внешних импульсов $\{p^r\}$ без ввода при этом ИКР.

Обозначим связанные функции Грина с произвольным числом вставок составных операторов P_α

¹⁾ В случае отсутствия вершин составных операторов.

$$(8) \quad \left\langle \prod_{a=1}^A \mathcal{N}_{\delta}^{\rho_a} [P_a] (x_a) X_{\varphi} X_{\sigma} \right\rangle, \quad X_{\varphi} \equiv \prod_{i=1}^{L_{\varphi}} \varphi_{\alpha_i} (x_i'), \quad X_{\sigma} \equiv \prod_{j=1}^{L_{\sigma}} \sigma (x_j''),$$

где $\mathcal{N}_{\delta}^{\rho}$ — символ циммерманновского нормального произведения с неканоническими УФИ и ИКИ δ и ρ [23, 24], P_a — моном от s , $(1-s)$ и операторов поля φ и σ .

Доказательство абсолютной сходимости (при неисключительных внешних импульсах) перенормированных интегралов Фейнмана аналогично случаю $D=4$ [20] и трехмерной киральной модели [18] (где теорема абсолютной сходимости распространяется на случай наличия иррациональных по импульсам пропагаторов) и здесь опускается. Из него следует, что индексы $\rho(\gamma)$ должны подчиняться дополнительному условию (критерий инфракрасной сходимости [20])

$$(9) \quad r(\hat{\gamma}/\{\lambda\}) + \sum_{i=1}^c \max\{\rho(\lambda_i), 0\} > 0,$$

где γ — произвольный связный или одночастично-неприводимый граф, $\hat{\gamma}$ — пополненный граф [20], получающийся из γ путем соединения всех внешних линий γ в новой фиктивной вершине.

Конкретный выбор индексов $\delta(\gamma)$ и $\rho(\gamma)$ в настоящей работе продиктован следующими соображениями. Согласно (5а) теория ультрафиолетово сверхперенормируема, однако в силу (5б) и (9) инфракрасные сингулярности в голдстоуновской фазе и в предасимптотической теории приводят к точной перенормируемости. Действительно, из (9) следует, что диаграммам $\gamma_{(L_{\varphi}, L_{\sigma})}$ ²⁾ нужно сопоставить следующие ИКИ сверхвычитания:

$$(10) \quad \rho(\gamma_{(2,0)}) = 2, \quad \rho(\gamma_{(1,0)}) = 5/2, \quad \rho(\gamma_{(3,0)}) = 3/2, \quad \rho(\gamma_{(4,0)}) = 1, \quad \rho(\gamma_{(0,1)}) = 1.$$

Индексы $\delta(\gamma)$ можно выбрать равными каноническим $d(\gamma)$ из (5а)³⁾. Таким образом, $\tau^{\delta, \rho} \equiv t_{p, s-1}^{\rho-1}$, т. е. получаем обычный оператор вычитания при «твердой» массе $m(1)$, $s=1$. В пределе сильной связи в предасимптотической теории происходит ухудшение ультрафиолетового поведения: $d_0(\gamma) = 3 - 1/2 L_{\varphi}(\gamma) - 2 L_{\sigma}(\gamma)$, при этом инфракрасное поведение не меняется. Поэтому, чтобы получить хорошо определенную критическую теорию, сделаем следующий выбор для УФИ $\delta(\gamma)$:

$$(11) \quad \delta(\gamma_{(2,0)}) = d_0(\gamma_{(2,0)}) = 2, \quad \delta(\gamma_{(4,0)}) = d_0(\gamma_{(4,0)}) = 1, \\ \delta(\gamma_{(1,0)}) = 5/2, \quad \delta(\gamma_{(3,0)}) = 3/2, \quad \delta(\gamma_{(1,1)}) = 1, \quad \delta(\gamma_{(2,1)}) = d_0(\gamma_{(2,1)}) = 0.$$

Заметим, что в пределе $u \rightarrow 0$ диаграммы $\gamma_{(6,0)}$ в симметричной фазе и $\gamma_{(6,0)}$, $\gamma_{(5,0)}$ в голдстоуновской фазе также приобретают логарифмическую

²⁾ При необходимости число внешних линий $L_{\varphi}(\gamma)$, $L_{\sigma}(\gamma)$ диаграммы γ будет указано нижним индексом $(L_{\varphi}, L_{\sigma}) : \gamma_{(L_{\varphi}, L_{\sigma})}$.

³⁾ Любой диаграмме с нечетным числом $|\mathcal{V}_{\sigma(\varphi, F)}(\gamma)|$ лагранжевых вершин $\sigma(\varphi, F)$ соответствуют фактор s в полужелой степени и полужелые $\delta(\gamma)$, $\rho(\gamma)$ из (10) — (11). В таком случае по определению $\tau^{\delta, \rho} s^{1/2} f(s, p) \equiv s^{1/2} \tau^{\delta-1/2, \rho-1/2} f(s, p)$. Такое построение аналогично перенормировке $1/N$ -разложения в голдстоуновской фазе для кирального поля [18].

ультрафиолетовую расходимость. В соответствующих им подынтегральных функциях, однако, не будем делать сверхвычитаний. Благодаря свойству квантовой киральности предельной теории эти расходимости сокращаются в каждом порядке по $1/N$ (см. вторую часть работы).

Подчеркнем, что выбор для $\rho(\gamma)$ и $\delta(\gamma)$ одинаков в обеих фазах и в предасимптотической теории несмотря на разное инфракрасное поведение диаграмм:

$$(12) \quad \rho(\gamma) = \delta(\gamma) = 3 - \frac{1}{2}L_\varphi(\gamma) - 2L_\sigma(\gamma),$$

$L_\varphi(\gamma) \neq 6$ в высокотемпературной фазе, $L_\varphi(\gamma) \neq 5, 6$ в низкотемпературной фазе.

В общем случае (8) в (12) нужно добавить $\sum_a (\delta_a - 3)$ в выражении для $\delta(\gamma)$ и $\sum_a (\rho_a - 3)$ для $\rho(\gamma)$, где сумма идет по всем вершинам составных операторов, содержащимся в γ . Для перенормированных описанным способом функций Грина в высоко- и низкотемпературных фазах в каждом порядке по $1/N$ существует непрерывный предел при $m \rightarrow 0$ и $f \rightarrow 0$, соответственно, к функциям Грина предасимптотической теории. Для последних существует непрерывный предел при $u \rightarrow 0$ к функциям Грина универсальной критической теории (т. е. построенная теория обладает фазовым переходом второго рода). Доказательство, аналогичное приведенному в [18] для кирального поля, содержится во второй части работы.

Произвол вычитаний учитывается добавлением конечных контрчленов в лагранжиан (1) [22]. Все конечные контрчлены имеют вид

$$(13) \quad Q_a = \int d^3x \mathcal{N}_3^3 [Q_a(\varphi, \sigma)]_\otimes(x),$$

где $Q_a(\varphi, \sigma)$ — лоренц- и $O(N)$ -инвариантный моном $s, (s-1)$ и операторов φ и σ , имеющий каноническую УФР $\bar{d}_{Q_a} \leq 3$. Как следствие ультрафиолетовой сверхперенормируемости теории моном $(\varphi^2)^3$ (и $s^{1/2}(\varphi^2)^2(\varphi, F)$ в низкотемпературной фазе) не появляется среди Q_a . Значок \otimes в (13) обозначает опускание вакуумных петель. В голдстоуновской фазе условие $O(N)$ -инвариантности модифицируется в условие совместности с тождествами Уорда — Такахаши для нарушенной $O(N)$ -симметрии [25]. Из него следует, что все $Q_a(\varphi, \sigma)$ являются мономами σ и $(\varphi + s^{1/2}F)^2$ и получаются из контрчленов в симметричной фазе сдвигом $\varphi_\alpha \rightarrow \varphi_\alpha + s^{1/2}F_\alpha$. Поэтому ограничимся рассмотрением теории в симметричной фазе (включая предасимптотическую теорию).

Возможные контрчлены $Q_a(\varphi, \sigma)$ имеют вид

$$(14) \quad Q_1 = -\frac{1}{2}\varphi^2, \quad Q_2 = \frac{1}{4}(\varphi^2)^2, \quad Q_3 = -\frac{1}{2}(1-s)\varphi^2, \quad Q_4 = -\frac{1}{2}(1-s)^2\varphi^2, \\ Q_5 = \frac{1}{4}(1-s)(\varphi_2)^2, \quad Q_6 = (N/2)\sigma, \quad Q_7 = -\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2, \quad Q_8 = -\frac{1}{2}\varphi^2\sigma.$$

Однако не все они линейно-независимые⁴⁾. Имеет место следующее

⁴⁾ Линейная независимость составных операторов Q_i здесь понимается, как обычно, в слабом смысле: Q_i линейно-независимые, если $\sum_i \alpha_i \langle Q_i X_\varphi \rangle = 0$ только при всех $\alpha_i \equiv 0$.

Предложение. Среди всех лоренц- и $O(N)$ -инвариантных составных операторов $\mathcal{N}_{\delta^{\rho}}[Q(\varphi, \sigma)]_{\otimes}(x)$, где $\rho, \delta \leq 3$, за исключением $\mathcal{N}_{\delta^3}[(\varphi^2)^3]_{\otimes}(x)$, линейно-независимые только три.

Для оставшихся независимых контрчленов введем специальные обозначения

$$(15) \quad \Delta_0 \equiv \frac{N}{2} \int d^3x \sigma(x), \quad \Delta_1 \equiv -\frac{1}{2} \int d^3x \mathcal{N}_{\delta^3}[(\partial_{\mu}\varphi)^2]_{\otimes}(x),$$

$$\Delta_2 \equiv -\frac{1}{2} \int d^3x \mathcal{N}_{\delta^3}[\varphi^2\sigma]_{\otimes}(x).$$

Доказательство предложения использует линейные соотношения в формальной алгебре составных операторов [11]: а) тождества Циммерманна [24]; б) квантовые уравнения движения [26]. Квантовые уравнения движения для вспомогательного σ -поля будем называть соотношениями предкиральности, так как в пределе $u \rightarrow 0$ в предасимптотической теории они превращаются в соотношения квантовой киральности, полученные в [16, 18].

Для преобразования Фурье одночастично-неприводимых (как по φ , так и по σ -полям) функций Грина (8) введем следующее обозначение:

$$\delta(\sum p_i + \sum q_j + \sum k_a) \Gamma^{(L_{\varphi}, L_{\sigma}; A)}(p_1, \dots, p_{L_{\varphi}}; q_1, \dots, q_{L_{\sigma}}; k_1, \dots, k_A) =$$

$$= \int \prod d^3x_i' \prod d^3x_j'' \prod d^3x_a \langle \Pi \mathcal{N}_{\delta_a}^{(A)}[P_a](x_a) X_{\varphi} X_{\sigma} \rangle^{14h} \times$$

$$\times \exp i \{ \sum p_i x_i' + \sum q_j x_j'' + \sum k_a x_a \}.$$

Анализ тождеств Циммерманна аналогичен случаю трехмерного кирального поля [18] и здесь опускается. Приведем только результаты:

$$(16) \quad \langle \mathcal{Q}_1 X_{\varphi} \rangle = \left\{ -\frac{1}{2} \left\langle \int d^3x \mathcal{N}_{\delta^1}[\varphi^2]_{\otimes}(x) X_{\varphi} \right\rangle - \right.$$

$$\left. - \Gamma^{(4,1;0)} \left(p_1, \dots, p_4; \sum_{i=1}^4 p_i, s \right) \Big|_{p_i=0} \langle \mathcal{Q}_2 X_{\varphi} \rangle \right\} \times$$

$$\times [1 - \Gamma^{(2,1)}(p_1, p_2; p_1 + p_2, s) \Big|_{p_i=0}]^{-1} + \sum_{i=1}^2 \rho_{1i}(u, m/\mu) \langle \Delta_i X_{\varphi} \rangle,$$

$$\langle \mathcal{Q}_a X_{\varphi} \rangle = \sum_{i=1}^2 \rho_{ai}(u, m/\mu) \langle \Delta_i X_{\varphi} \rangle, \quad a=3, 4, 5,$$

где коэффициентные функции $\rho_{ai}(u, m/\mu)$, $a=1, 3, 4, 5$, $i=1, 2$, явно выражаются через функции $\Gamma^{(L_{\varphi}, L_{\sigma})}$.

Соотношения предкиральности имеют следующий общий вид (рис. 2):

$$(17) \quad \langle \mathcal{N}_{\delta^{\rho}}[P(\varphi, \sigma)\varphi^2](x) X_{\varphi} \rangle = \sum_{x^1, x^2} \langle A_{x^1 x^2}(x) X_{\varphi} \rangle -$$

$$- c_8 \langle \mathcal{N}_{\delta^{\rho}}[P(\varphi, \sigma)\varphi^2](x) X_{\varphi} \rangle + c_6 N \langle \mathcal{N}_{\delta^{-1}}^{(\rho-1)}[P(\varphi, \sigma)](x) X_{\varphi} \rangle -$$

$$-\frac{Nu}{\mu} \langle \mathcal{N}_{\delta^0}^{\rho} [\{ P(\varphi, \sigma) \} \sigma] (x) X_{\varphi} \rangle,$$

где $c_6(u, m/\mu)$ и $c_8(u, m/\mu)$ — коэффициенты конечных контрчленов Q_6 и Q_8 в эффективном лагранжиане [24]; составной оператор определяется из выражения

$$A_{X^1 X^2}(x) = -\mathcal{N}_{\delta^0}^{\rho} [\tau^{\delta_A, \rho_A} (\Gamma^{(L_{\varphi}^1, L_{\sigma}^1; 1)}(\{p\}, \{q\}; \Sigma p_i + \Sigma q_j, s) \times \\ \times \Gamma^{(L_{\varphi}^2, L_{\sigma}^2; 1)}(\{p\}; \{q\}, \Sigma p_i + \Sigma q_j, s)) X^1 X^2](x),$$

где в вершинной функции $\mathcal{T}^{(L_{\varphi}^1, L_{\sigma}^1; 1)}$ вставлен оператор $\mathcal{N}_{\delta-1}^{\rho-1} [P(\varphi, \sigma)]$:

$$\delta_A = \delta^{-1/2} (L_{\varphi}^1 + L_{\varphi}^2) - 2(L_{\sigma}^1 + L_{\sigma}^2),$$

$$\rho_A = \rho^{-1/2} (L_{\varphi}^1 + L_{\varphi}^2) - 2(L_{\sigma}^1 + L_{\sigma}^2).$$

Первая сумма в правой части (17) получается следующим образом. После частичного сокращения петли Σ и σ -пропагатора G_u (3) в диаграм-

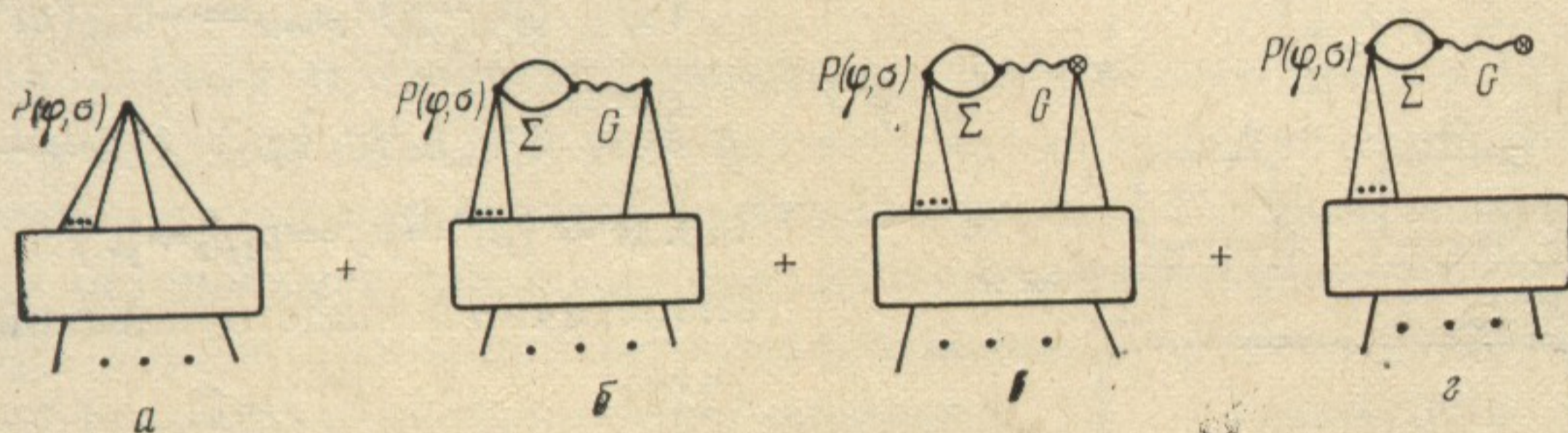


Рис. 2

мах на рис. 2б получают диаграммы $\gamma^{(P\varphi^2)}$, содержащие вершину $P\varphi^2$ (рис. 3). Они топологически эквивалентны диаграммам, изображенным на рис. 2а, однако леса обоих классов диаграмм неодинаковые. Действительно, $\gamma^{(P\varphi^2)} = \gamma^{(P)} \cup \gamma^{(\varphi^2)}$, и во втором случае (рис. 2а) $\gamma^{(P)}$ и $\gamma^{(\varphi^2)}$ перекрывающиеся, в то время как в первом случае (см. рис. 3) они неперекрывающиеся. Анизотропное нормальное произведение [26] в последнем члене (17) $\mathcal{N}_{\delta^0}^{\rho} [\{ P(\varphi, \sigma) \} \sigma]$ характеризуется тем, что диаграммам, содержащим вершину $P(\varphi, \sigma)$, сопоставляется одно сверхвычитание. Этот член возникает из-за неполного сокращения петли Σ и пропагатора G_u и является единственным отличием соотношений предкиральности от соотношений киральности, имеющим место в модели (2) (ср. с [18]).

Как следствие (17) получаем

$$(18) \quad \langle Q_2 X_{\varphi} \rangle = \sum_{i=0}^2 \tilde{\rho}_{2i}(m, u/\mu) \langle \Delta_i X_{\varphi} \rangle - \tilde{\rho}(u, m, \mu) \frac{Nu}{\mu} \langle \Delta_{\sigma\sigma} X_{\varphi} \rangle,$$

$$(19) \quad \frac{Nu}{\mu} \langle \Delta_{\sigma\sigma} X_{\varphi} \rangle \equiv \frac{Nu}{\mu} \int d^3x \langle \mathcal{N}_{\delta^3}^{\rho} [\sigma^2]_{\otimes} (x) X_{\varphi} \rangle = \\ = (1 + c_8) \{ \langle \Delta_2 X_{\varphi} \rangle - c_6 \langle \Delta_0 X_{\varphi} \rangle \}.$$

Функции $\tilde{\rho}_{2i}$, $i=0, 1, 2$, и $\tilde{\rho}$ в формуле (18) явно выражаются через вершинные функции $\Gamma^{(L_{\varphi}, L_{\sigma})}$. Уравнения (16), (18) и (19) вместе доказывают предложение. Таким образом, эффективный лагранжиан \mathcal{L}_{eff} приобре-

тает вид

$$(20) \quad \mathcal{L}_{\text{eff}}(x; \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = -\frac{1}{2}(1+\bar{b})\mathcal{N}_3^3[(\partial_\mu\varphi)^2]_\otimes(x) + \\ + \frac{N}{2}\mathcal{N}_3^3[\sigma\tilde{g}_u^{-1}\sigma]_\otimes(x) - \frac{1}{2}\mathcal{N}_3^3[m^2(s)\varphi^2]_\otimes(x) - \\ - \frac{1}{2}\mathcal{N}_3^3[\sigma\varphi^2]_\otimes^*(x) - \frac{N\bar{a}}{2}\sigma(x) - \frac{\bar{c}}{2}\mathcal{N}_3^3[\sigma\varphi^2]_\otimes(x).$$

Здесь символ * в нормальном произведении указывает на то, что «запрещенные» поддиаграммы (рис. 1б) опущены. Заметим, что в контрчленах нет *. \tilde{G}_u обозначает обратное фурье-преобразование пропагатора G_u .

Коэффициенты \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} фиксируются физическими нормировочными условиями: в симметричной фазе —

$$(21a) \quad \Gamma_{\alpha\beta}^{(2,0)}(p, -p)|_{p^2=-m^2}=0,$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{(2,0)}(p, -p)|_{p^2=\mu^2}=-\delta_{\alpha\beta}(m^2+\mu^2),$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{(2,1)}(p_1, p_2; p_1+p_2)|_{\text{s.p. } \mu^2}=-\delta_{\alpha\beta},$$

$$\text{s.p. } \mu^2 \equiv \{p_1^2=p_2^2=p_1p_2=\mu^2\};$$

аналогично в голдстоуновской фазе —

$$(21b) \quad \langle(\varphi, F)\rangle=0,$$

$$\Gamma_{\perp\alpha\beta}^{(2,0)}(p, -p)|_{p^2=\mu^2}=-\delta_{\alpha\beta}\mu^2,$$

$$\Gamma_{\perp}^{(2,1)}(p_1, p_2; p_1+p_2)|_{\text{s.p. } \mu^2}=-\delta_{\perp\alpha\beta},$$

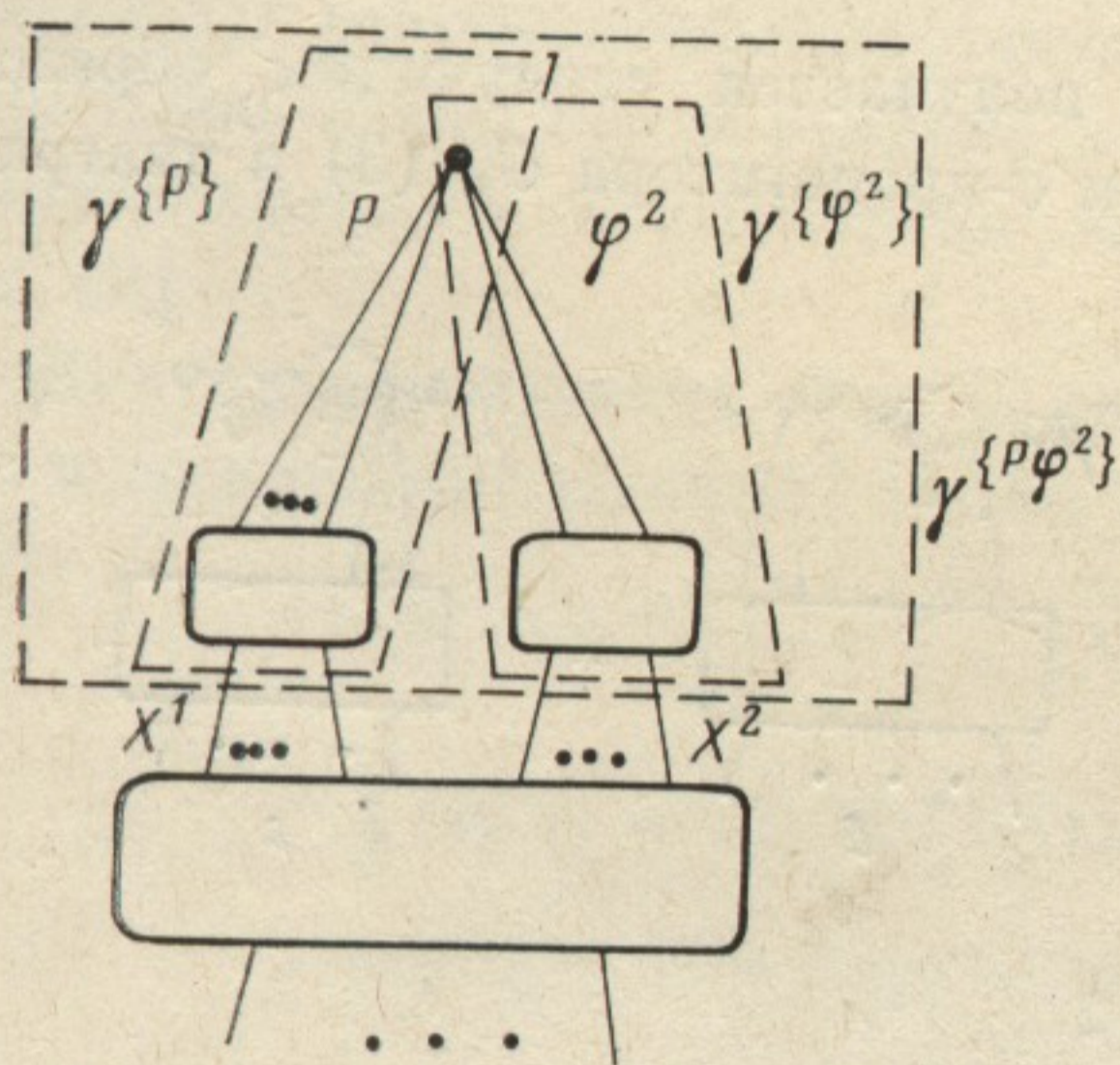


Рис. 3

где \perp означает проекцию на изонаправления, ортогональные F . Введем безразмерные коэффициенты $\tilde{a}(m/\mu, u)$ и $\tilde{a}(f^2/\mu, u)$ в симметричной и голдстоуновской фазах, соответственно, по формуле $\bar{a}(m, \mu, u) = m\tilde{a}(m/\mu, u)$, $\bar{a}(f^2, \mu, u) = f^2\tilde{a}(f^2/\mu, u)$. Используя обобщенную теорему Вейнберга об асимптотическом поведении диаграмм Фейнмана [27] (см. также приложение ко второй части работы), можно показать, что в каждом порядке по $1/N$: $\tilde{a}(f^2/\mu, u) = 0$, и существуют пределы

$$\lim_{m \rightarrow 0} m\tilde{a}(m/\mu, u) = 0,$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} \bar{b}(m/\mu, u) = \lim_{f \rightarrow 0} \bar{b}(f^2/\mu, u) = \bar{b}(0, u) \equiv b(u),$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} \bar{c}(m/\mu, u) = \lim_{f \rightarrow 0} \bar{c}(f^2/\mu, u) = \bar{c}(0, u) \equiv \bar{c}(u).$$

Отсюда следует, что предасимптотическая безмассовая теория содержит только два конечных контрчлена $b(u)\Delta_1$ и $c(u)\Delta_2$, определяемых нормировочными условиями

$$(21в) \quad \Gamma_{\alpha\beta}^{(2,0)}(p, -p)|_{p^2=\mu^2}=-\delta_{\alpha\beta}\mu^2, \quad \Gamma_{\alpha\beta}^{(2,1)}(p_1, p_2; p_1+p_2)|_{\text{s.p. } \mu^2}=-\delta_{\alpha\beta}.$$

Подчеркнем, что каждый граф этой теории, перенормированный описанной выше модифицированной схемой, свободен от ИКР.

На языке производящего функционала $\mathcal{W}[J, \chi; \mathcal{L}_{\text{eff}}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}; u)]$ связанных функций Грина $\langle X_\varphi X_\sigma \rangle$ соотношение предкиральности (19) можно записать компактно⁵⁾:

$$(22) \quad \mathcal{W}[J, \chi; \mathcal{L}_{\text{eff}}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}; u)] = \mathcal{W}\left[J, \frac{\chi}{1+\bar{c}}, \mathcal{L}_{\text{eff}}\left(\bar{a}, \bar{b}, 0, \frac{u}{(1+\bar{c})^2}\right)\right].$$

Этот результат можно непосредственно получить, если учесть, что каждая

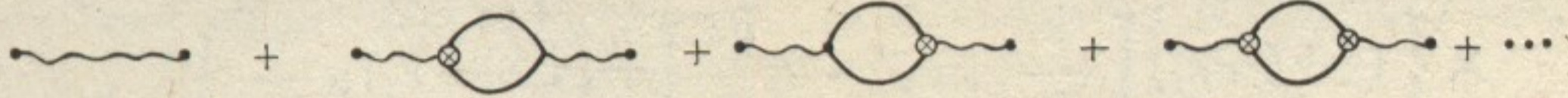


Рис. 4

лагранжева вершина $\varphi^2\sigma$, $s^{1/2}(\varphi, F)\sigma$ сопровождается множителем $1+\bar{c}$ и что пересуммирование всех графиков на рис. 4 дает

$$(1+\bar{c})^{-2}G_{u(1+\bar{c})^{-2}}(p^2; m^2(s), sf^2; u(1+\bar{c})^{-2}).$$

3. УРАВНЕНИЯ РЕНОРМАЛИЗАЦИОННОЙ ГРУППЫ

В этом разделе приводятся уравнения ренормализационной группы для функций Грина $\langle X_\varphi X_\sigma \rangle$ и показывается существование единственного инфракрасно-стабильного нуля β -функции в рамках $1/N$ -разложения. Для краткости остановимся только на предасимптотической теории при $L_\varphi > 0$, $L_\sigma \geq 0$. При выводе уравнений ренормализационной группы используется метод дифференциально-вершинных операций [28]. Стандартная схема основывается на следующих принципах: а) на перенормированном принципе действия для вариации параметров u и μ ; б) на интегрированных билинейных квантовых уравнениях движения для φ -поля; в) на интегрированных тождествах Циммерманна; г) на интегрированных соотношениях предкиральности (17). Для них получаем соответственно

$$(23a) \quad \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + u \frac{\partial}{\partial u} - u \frac{\partial \bar{b}}{\partial u} \Delta_1 - u \frac{\partial \bar{c}}{\partial u} \Delta_2 - 2\mu^2 \mathcal{Q}_4 \right\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0,$$

$$\left\{ u \frac{\partial}{\partial u} - u \frac{\partial \bar{b}}{\partial u} \Delta_1 - u \frac{\partial \bar{c}}{\partial u} \Delta_2 - \frac{Nu}{2\mu} \Delta_{\sigma\sigma} \right\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0,$$

$$(23б) \quad \{2(1+\bar{b})\Delta_1 + 2\mu^2 \mathcal{Q}_4 + 2(1+\bar{c})\Delta_2 + L_\varphi\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0,$$

$$(23в) \quad \{\mu^2 \mathcal{Q}_4 - r_1 \Delta_1 - r_2 \Delta_2\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0,$$

$$(23г) \quad \left\{ (1+\bar{c})\Delta_2 + \frac{Nu}{\mu} \Delta_{\sigma\sigma} + L_\sigma \right\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0, \quad \Delta \langle X_\varphi X_\sigma \rangle \equiv \langle \Delta X_\varphi X_\sigma \rangle.$$

Здесь использованы обозначения (14), (15) и (19). Явный вид коэффициентов функций $r_i(u)$, $i=1, 2$, в (23в) выписывается через одночастично-неприводимые функции $\mathcal{F}^{(L_\varphi, L_\sigma)}$. Исключая все вставки в функциях Грина из (23а)–(23г), получаем уравнения ренормализационной группы

$$(24) \quad \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \bar{\beta}(u) u \frac{\partial}{\partial u} + \zeta_\varphi(u) L_\varphi + \zeta_\sigma(u) L_\sigma \right\} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle = 0,$$

⁵⁾ J и χ – источники φ - и σ -полей, соответственно.

где для аномальных размерностей φ - и σ -полей $\xi_\varphi(u)$ и $\xi_\sigma(u)$ и для β -функции следует:

$$(25a) \quad \xi_\varphi = \left(r_1 + \frac{1}{2} u \frac{\partial \bar{b}}{\partial u} \bar{\beta}(u) \right) (1 + \bar{b} + r_1)^{-1},$$

$$(25b) \quad \xi_\sigma = \left[(1 + \bar{b} + r_1) \left(\frac{1}{2} u \frac{\partial \bar{c}}{\partial u} + r_2 \right) - (1 + \bar{c} + r_2) \left(\frac{1}{2} u \frac{\partial \bar{b}}{\partial u} + r_1 \right) \right] \times \\ \times \left\{ (1 + \bar{b} + r_1) \left[\frac{1}{2} (1 + \bar{c}) - u \frac{\partial \bar{c}}{\partial u} \right] + (1 + \bar{c} + r_2) u \frac{\partial \bar{b}}{\partial u} \right\}^{-1},$$

$$(25в) \quad \beta(u) \equiv u \bar{\beta}(u) = u(1 + 2\xi_\sigma(u)).$$

Подстановка нормировочных условий (21в) в (24) приводит к следующим выражениям для аномальных размерностей:

$$(26) \quad \xi_\varphi(u) = 1 + \left[\frac{\partial}{\partial p^2} \Gamma^{(2,0)} \right]_{p^2 = \mu^2},$$

$$2\xi_\varphi + \xi_\sigma = -2\mu^2 \left[\frac{\partial}{\partial \mu^2} \Gamma^{(2,1)} \right]_{s.p. \mu^2}.$$

Из (25в), (26) видно, что в $1/N$ -разложении β -функция имеет единственный нетривиальный инфракрасно-стабильный нуль при условии, что существует $\lim_{u \rightarrow 0} \langle X_\varphi X_\sigma \rangle$. Это доказывается во второй части настоящей работы.

4. КОНФОРМНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ КРИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Уравнения ренормализационной группы (24) эквивалентны (нарушенному при $u \neq 0$) не интегрированному масштабному тождеству Уорда — Такахаши. Действительно, построим «улучшенный» сохраняющийся тензор энергии-импульса $\Theta_{\mu\nu}$ (не используя классическую теорему Нётер) как линейную комбинацию всех независимых составных операторов канонической УФР $\bar{d}_p = 3$, являющихся евклидовыми тензорами второго ранга. Применение квантовых уравнений движения [26], неинтегрированного тождества Циммерманна (21в) и соотношений предкиральности (17) к тождеству Уорда — Такахаши:

$$(27) \quad \partial^\mu \langle \Theta_{\mu\nu}(x) X_\varphi \rangle = - \sum_{j=1}^{L_\varphi} \delta(x - x_j) \partial_\nu^{x_j} \langle X_\varphi \rangle, \quad \partial_\nu^{x_j} \equiv \partial / \partial x_{j\nu},$$

дает следующее выражение для $\Theta_{\mu\nu}$:

$$(28) \quad \Theta_{\mu\nu}(x) = (1 + \bar{b}) \mathcal{N}_3^3 [(\partial_\mu \varphi, \partial_\nu \varphi)](x) - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \left\{ (1 + \bar{b} + r_1) \times \right. \\ \left. \times \mathcal{N}_3^3 [(\partial_\lambda \varphi)^2](x) - \frac{Nu}{\mu} \left(1 + \frac{2r_2}{1 + \bar{c}} \right) \mathcal{N}_3^3 [\sigma^2] + \frac{Nu}{\mu} \rho \partial_\lambda \partial^\lambda \sigma(x) \right\},$$

где $r_1(u)$, $r_2(u)$, $\rho(u)$ — коэффициенты в не интегрированном по x тождестве (23в):

$$\mu^2 \mathcal{N}_3^3 [(1-s)^2 \varphi^2]_\otimes(x) = r_1 \mathcal{N}_3^3 [(\partial_\lambda \varphi)^2]_\otimes(x) +$$

$$+r_2 \mathcal{N}_3^3 [\sigma \varphi^2]_{\otimes}(x) + \frac{Nu}{\mu} \rho \partial_\lambda \partial^\lambda \sigma(x).$$

Тогда для масштабного тока $D_\mu(x) = x^\nu \Theta_{\mu\nu}(x)$ с помощью квантовых уравнений движения (17), (23), (25), (27) — (28) получаем

$$(29) \quad 0 = \int d^3x \partial^\mu \langle D_\mu(x) V_\varphi \rangle = - \sum_{j=1}^{L_\varphi} x_j^\nu \partial_{x_j^\nu} \langle X_\varphi \rangle + \int d^3x \langle \theta_\mu^\mu(x) X_\varphi \rangle,$$

$$\int d^3x \langle \theta_\mu^\mu(x) X_\varphi \rangle = - \sum_{j=1}^{L_\varphi} \left(\frac{1}{2} + \xi_\varphi(u) \right) \langle X_\varphi \rangle - \bar{\beta}(u) u \frac{\partial}{\partial u} \langle X_\varphi \rangle.$$

Теперь эквивалентность с (24) очевидна. Точная масштабная инвариантность следует из (29) в критическом пределе $u \rightarrow 0$. Совершенно аналогично анализируется конформное тождество Уорда — Такахаси для $K_{\mu\nu} = (2x_\mu x^\lambda - x^2 \delta_\mu^\lambda) \Theta_{\nu\lambda}$, где $\Theta_{\mu\nu}$ определяется из (28).

В заключение отметим, что сформулированная в разделе 2 модифицированная БПХЦЛ-схема перенормировок с мягкой массой и инфракрасными вычитаниями приводит к хорошо определенной $1/N$ -теории возмущений без ИКР для конформно-инвариантной критической теории.

Ленинградское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 сентября 1978 г.

Литература

- [1] А. М. Поляков. ЖЭТФ, 55, 1026, 1968. А. А. Мигдал. ЖЭТФ, 55, 1964, 1968.
- [2] К. Вильсон, Дж. Когут. Ренормализационная группа и ϵ -разложение, «Мир», 1975. K. Wilson. Rev. Mod. Phys., 47, 773, 1975.
- [3] Phase Transitions and Critical Phenomena, v. 6, eds. C. Domb, M. Green, Academic Press, 1976.
- [4] K. Wilson. Phys. Rev., D10, 2445, 1974. J. Kogut, L. Susskind. Phys. Rev., D9, 3501, 1974.
- [5] W. A. Bardeen, M. Bander. Phys. Rev., D14, 2117, 1976. A. M. Polyakov. Nucl. Phys., B120, 427, 1977. G't Hooft. Nucl. Phys., B138, 1, 1978. S. Weinberg. Harvard University preprint, 1978.
- [6] А. З. Паташинский, В. Л. Покровский. ЖЭТФ, 50, 439, 1966; Флуктуационная теория фазовых переходов, «Наука», 1975.
- [7] L. P. Kadanoff. Physics, 2, 263, 1966.
- [8] E. Brezin. In: «Methods in Field Theory», eds. R. Balian, J. Zinn-Justin, North Holland, 1976.
- [9] K. Wilson, M. Fisher. Phys. Rev., Lett., 28, 240, 1972. K. Wilson. Phys. Rev., D7, 2911, 1973.
- [10] E. Brezin, J. C. Le Guillou, J. Zinn-Justin. In: «Phase Transitions and Critical Phenomena», v. 6, eds. C. Domb, M. Green, Academic Press, 1976.
- [11] B. Schroer, F. Jegerlehner. Acta Phys. Austr., Suppl., 11, 389, 1973. B. Schroer. Phys. Rev., B8, 4200, 1973. F. Jegerlehner. Fortschr. Phys., 23, 71, 1975.
- [12] K. Symanzik. DESY preprint, 77/05, 1977.
- [13] J. Glimm, A. Jaffe, T. Spencer. Commun. Math. Phys., 45, 203, 1975; Ann. Phys., 101, 610, 1976.
- [14] E. Brezin, J. Zinn-Justin. Phys. Rev., B14, 3110, 1976; Phys. Rev. Lett., 36, 691, 1976.
- [15] И. Я. Арефьева. ТМФ, 29, 147, 1976; 31, 3, 1977.
- [16] И. Я. Арефьева. ТМФ, 36, 24, 1978; 159, 1978. I. Ya. Aref'eva. Ann. Phys., 117, 393, 1979.
- [17] И. Я. Арефьева. В сб.: «Записки научных семинаров ЛОМИ, т. 77, «Наука», 1978.
- [18] I. Ya. Aref'eva, E. R. Nissimov, S. J. Pacheva. LOMI preprint E-6-1978, Leningrad, 1978.
- [19] J. Lowenstein, W. Zimmermann. Nucl. Phys., B86, 77, 1975; Commun. Math. Phys., 46, 105, 1976.

- [20] J. Lowenstein. Commun. Math. Phys., 47, 53, 1976.
 [21] А. М. Поляков. Письма ЖЭТФ, 12, 538, 1970.
 [22] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, «Наука», 1976. W. Zimmermann. Commun. Math. Phys., 15, 208, 1969. К. Хепп. Теория перенормировок, «Мир», 1974. S. A. Anikin, M. K. Polivanov, O. I. Zavialov. Fortschr. Phys., 27, 459, 1977.
 [23] T. Clark, J. Lowenstein. Nucl. Phys., B113, 109, 1976.
 [24] W. Zimmermann. Ann. Phys., 77, 536, 1973; 77, 569, 1973.
 [25] F. Jegerlehner, B. Schroer. Nucl. Phys., B68, 461, 1974.
 [26] Y. M. P. Lam. Phys. Rev., D6, 2145; D6, 2162, 1972. M. Gomes, J. Lowenstein. Phys. Rev., D7, 550, 1973.
 [27] S. Weinberg. Phys. Rev., 118, 838, 1960.
 [28] J. Lowenstein. Commun. Math. Phys., 24, 1, 1971.

CHIRAL FIELD MODEL AND UNIVERSALITY IN THREE DIMENSIONS. I

E. R. NISSIMOV, S. J. PACHEVA

Noncanonically renormalized $1/N$ expansion of the $O(N)$ — invariant $(\varphi^2)_3^2$ model in the high- and low-temperature phases as well as in the preasymptotic zero-mass theory is constructed free of infrared divergences in every separate diagram. It is shown that in the infrared stable fixed point of the renormalization group the preasymptotic $(\varphi^2)_3^2$ theory coincides with the conformally invariant critical theory of the chiral field. The proof that the critical limit does exist is essentially based on the generalised quantum chirality relations (analogues of the classical nonlinearity condition). Due to this fact, the chiral field model can be interpreted as an universal theory in three dimensions.
